

Tarea Número 4

1. Desarrolle una función que realice la sumatoria de los números enteros múltiplos de 5, comprendidos entre el 1 y el n .
2. Programe en MATHEMATICA una función que genera 200 números al azar entre 1 y 500 y luego calcula cuántos están entre el 50 y 450, ambos inclusive.
3. Desarrolle una función que reciba un vector de números en una lista y un número x , tal que retorne el porcentaje de elementos menores o iguales a un valor x .
4. Desarrolle una función que recibe la cantidad de entradas que una persona desea comprar para un espectáculo y el precio de las mismas (todas valen igual), luego debe calcular el pago a realizar por la(s) entrada(s) tomando en cuenta que se pueden comprar sólo hasta cuatro entradas, que al costo de dos entradas se les descuenta el 10 %, que al de tres entrada el 15 % y que a la compra de cuatro entradas se le descuenta el 20 %. Realice además una función de validación que evite que una persona compre más de cuatro entradas.
5. Desarrolle una función que permita convertir calificaciones numéricas en alfanuméricas, según la siguiente tabla: A = 19 y 20, B = 16, 17 y 18, C = 13, 14 y 15, D = 10, 11 y 12, E = 1 hasta el 9, se asume que la nota es un número entero que está entre 1 y 20. Es decir, recibe la nota entre 1 y 20 y retorna un símbolo letra correspondiente.
6. Programe una función óptima que calcule $\sin(x)$ mediante el desarrollo de Taylor

$$\sin(x) = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!}$$

con un error menor a ξ .

7. Desarrolle una función que reciba un entero N y retorne TRUE si este es primo y FALSE en caso contrario.
8. Desarrolle una función que recibe un entero N y retorna un valor M , tal que M es el más pequeño primo que satisface la ecuación $M \geq N$.
9. Desarrolle una función que recibe dos enteros N y M y retorna en estos mismos $N!$ y $M!$.
¿Porqué se deben utilizar variables por referencia?
10. La función de *Ackermann* se define como:

$$A(N, M) = \begin{cases} 0 & \text{Si } M = 0 \\ 2M & \text{Si } N = 0 \\ 2 & \text{Si } M = 1 \\ A(N - 1, A(N, M - 1)) & \text{en otro caso} \end{cases}$$

a) Calcule $A(1, 10)$, $A(2, 4)$ y $A(3, 3)$.

- b) ¿Qué es: $A(0, n)$, $A(1, n)$ y $A(2, n)$? Pruébalo por inducción.
- c) Escriba una función en MATHEMATICA para la función de Ackermann, verifique los cálculos realizados en (a).
11. El *Máximo Común Divisor* (MCD) de dos enteros positivos es el más grande entero que los divide. Escriba una función recursiva que implemente el algoritmo de la división, es decir el siguiente algoritmo:
- Si $y = 0$ entonces el MCD entre x y y es x ,
 - en caso contrario, el MCD entre x y y será el mismo que entre y y $(x \bmod y)$.
12. Sea $x \in \mathbb{R}^n$, escriba funciones iterativas y recursivas en MATHEMATICA que permitan calcular las siguientes normas de \mathbb{R}^n

$$\|x\|_1 = \sum_{i=1}^n |x_i|$$

$$\|x\|_2 = \left[\sum_{i=1}^n |x_i|^2 \right]^{1/2}$$

$$\|x\|_\infty = \max_{i=1,2,\dots,n} |x_i|$$

13. Sea $A = (a_{ij})$ una matriz $n \times n$, escriba funciones en MATHEMATICA que permitan calcular las siguientes normas de $M_{n \times n}$

$$\|A\|_F = \left[\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n |a_{ij}|^2 \right]^{1/2}$$

$$\|A\|_\infty = \max_{i=1,2,\dots,n} \sum_{j=1}^n |a_{ij}|$$

14. Programe con recursión y con recursión lineal $f(x) = x^n$, luego programar una función *Invoca* que lea x y n y despliegue el resultado.
15. Programe con recursión y recursión lineal la siguiente función:

$$u_n = \begin{cases} 0 & \text{si } n = 0 \\ 2 & \text{si } n = 1 \\ 2u_{n-1} - 3u_{n-2} & \text{si } n > 1 \end{cases}$$

16. Escriba funciones recursiva y recursiva lineal para la siguiente la relación de recurrencia U_n :

$$U_n = \begin{cases} 5U_{n-1} - 3U_{n-2} - 9U_{n-3} & \text{Si } n \geq 3 \\ 1 & \text{Si } n = 0 \\ 0 & \text{Si } n = 1 \\ -1 & \text{Si } n = 2 \end{cases}$$

17. Escriba una función iterativa y otra recursiva para calcular $\prod_{i=1}^n f(i)$, luego calcule:

$$\prod_{i=1}^{100} (i^2 + 1)^2.$$

18. Escriba funciones recursivas en MATHEMATICA para las siguientes operaciones con listas (sin utilizar las funciones análogas que ya existen en MATHEMATICA):

- `Multiplica[L_]` (* Multiplica todos los elementos de la lista L *)
- `Multiplica[L1_,L2_]` (* Multiplica dos a dos elementos de las listas L1 y L2 y retorna el resultado en otra lista *)
- `Aplica[f_,L_]` (* Aplica una función f a toda la lista L *)
- `Invierte[L_]` (* Invierte la lista L *)
- `Ordena[L_]` (* Ordena la lista L *)

19. Construya una función recursiva en MATHEMATICA denominada `Divide[L_,X_]` tal que retorna una lista compuesta por dos sublistas que contienen los elementos de la lista original, en la primera de las listas están los elementos menores o iguales a X y en la segunda los mayores a X. Ej. `Divide[{7,1,4,3,2,4,2, 4,6},3] ---> {{1,3,2,2},{7,4,4,4,6}}`.

20. Construya una función recursiva en MATHEMATICA denominada `Pertenece[X_,L_]` que retorna verdadero o falso dependiendo de si el elemento X pertenece a la lista L o no. Utilizando la función `Pertenece` construya una función `Resta[L1_,L2_]` que le resta a la lista L1 la lista L2, retornando una lista con aquellos elementos que están en L1 pero no en L2. Ej. `Resta[{7,1,4,3,2,4,2,4,6},{5,1,4}] ---> {7,3,2,2,6}`

21. Usando el comando `Table` construya una función en MATHEMATICA que recibe 2 listas de tamaño n y retorna una lista con n pares ordenados (listas) como se ilustra en el siguiente ejemplo: `Pares[{7,1,4,3},{5,1,4,-1}] ---> {{7,5},{1,1},{4,4},{3,-1}}`.